

KÜLÖNLÉNYKÖNYV - ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТΥК - . REPRINTED FROM:

ATOMKI

KÖZLEMÉNYEK

15. kötet

2. szám

MTA
ATOMMAG KUTATÓ INTÉZETE
DEBRECEN

1973.

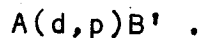
RUGALMATLAN FOLYAMATOK RÉSZECSCKE ÁTADÓ REAKCIÓKBAN

VERTSE TAMÁS

BEVEZETÉS

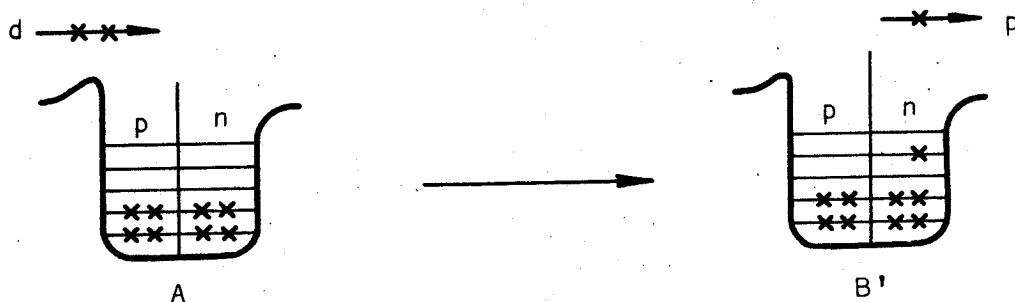
Az itt következő rövid összefoglaló célja, hogy megismertesse az olvasót a direkt magreakciónál csupán egy fokkal bonyolultabb, u.n. semi-direkt vagy indirekt reakció fogalmával és legalább vázlatosan az ilyen folyamatok leírásának egyik leg-egzaktabb módszerével [9], az u.n. forrás tag módszerrel, ami még gyakorlati esetekben is keresztülvihető. E célkitűzés állításánál már eleve lemondtam a teljesség igényéről, nem fogom a leírást teljes részletességgel és általánosságban ismertetni, és nem térek ki részletesen az egyéb lehetséges, illetve szokásos leírási módokra sem. Inkább egy nagyon egyszerű példán a mindenki által jól ismert deutron stripping reakció példáján fogom a direkt és indirekt folyamatok leírásait néhány - a módszerek lényegét nem érintő - egyszerűsítés alkalmazása mellett összehasonlítani.

Tekintsük tehát az A targetmagon végbemenő deutron strippinget, melynek során a neutron befogása után kialakuló végmagállapotok közül csupán egyetlen B'-vel jelölt állapotra történő átmenet iránt érdeklődünk:



Képleteink formáját a későbbiekben lényegesen egyszerűsíteni fogja, ha a deutront és protont spin nélküli részecskéknek tekintjük. Mivel nem tényleges számításról, csupán a számítás menetének ismertetéséről van szó, ezért ezt az elhanyagolást meg is tesszük.

A folyamatot legegyszerűbben úgy képzelhetjük el, hogy a deuteron neutronja közvetlenül befogódik a B' végállapot által megadott konfigurációba, s közben a target mag A nukleonja által alkotott törzs változatlan marad:



A folyamat egy lépésben megy végbe, vagyis direkt átmenet játszódik le, nem képződik semmiféle közbenső rendszer:



A folyamat leírására igen széleskörűen a torzított hullámu Born közelítést, másnéven DWBA-t használják [1-2], mely szerint az átmeneti amplitudó:

$$T_{p,d}^{DWBA} = \int \chi_p^{(-)*}(\vec{k}_p, \vec{r}_p) \langle \phi_p(\xi_{B'}) | V_{np}(\vec{r}_{np}) | \phi_d(\xi_A, \vec{r}_{np}) \rangle \cdot \chi_d^{(+)}(\vec{k}_d, \vec{r}_d) d\vec{r}_p d\vec{r}_d \quad (1)$$

$\chi_d^{(+)}$ és $\chi_p^{(-)*}$ a torzított hullámok, melyek a targeten való rugalmas deuteron szórását, illetve a végmagon való rugalmas proton szórását írják le, s a következő Schrödinger egyenletek megoldásából nyerhetők, az origóban illetve az aszimptotikus tartományban adott határfeltételek figyelembevételével.

$$(T_d + U_d(r_d) - \frac{\hbar^2}{2\mu_d} k_d^2) \chi_d^{(+)}(\vec{k}_d, \vec{r}_d) = 0 \quad (2)$$

$$(T_p + U_p(r_p) - \frac{\hbar^2}{2\mu_p} k_p^2) \chi_p^{(-)*}(\vec{k}_p, \vec{r}_p) = 0 \quad (3)$$

$$\chi^{(+)}(\vec{k}, \vec{r}) = \text{véges}, \quad \chi^{(-)*}(\vec{k}, \vec{r}) = \chi^{(+)}(-\vec{k}, \vec{r})$$

$$\chi^{(+)}(\vec{k}, \vec{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i(\vec{k}, \vec{r})} + \text{kifutó szórt hullámok}$$

itt T_d és T_p a kinetikus energia operátorok, U_d illetve U_p az

optikai potenciálok a belépő illetve a kilépő csatornában, $\phi_p(\xi_B')$ a végállapot hullámfüggvénye, $\phi_d(\xi_A, \vec{r}_{np})$ pedig a target mag alapállapotát és a deuteron belső mozgását leíró hullámfüggvények szorzata.

A DWBA átmeneti amplitudó fenti képletének levezetéséhez a következő feltevésekkel éltek:

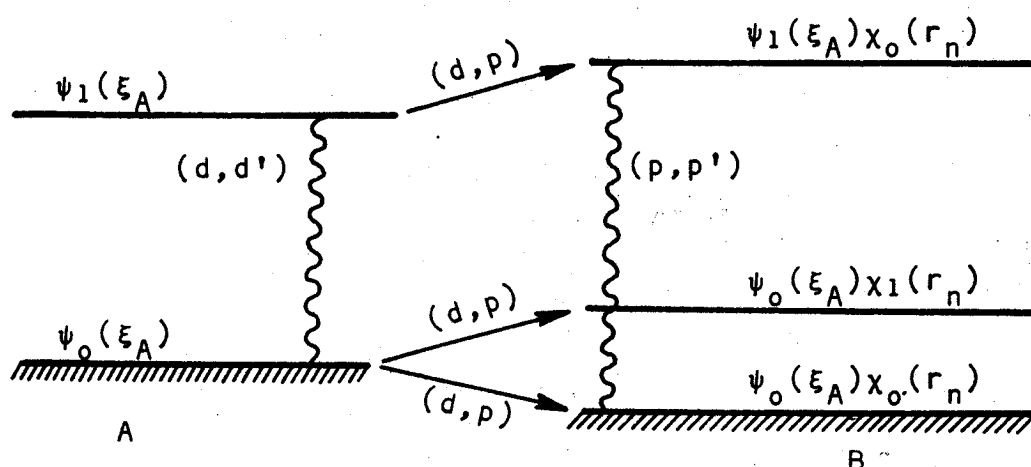
1./ Közvetlen /direkt/ átmenet a kezdő állapotból a végállapotba.

2./ Csak az átadott részecskét /itt a befogott neutron/ kezeljük explicit módon, a többi A részecskét kollektív módon a folyamat során változatlanul maradó magtörzsként.

3./ Feltesszük, hogy a rugalmas szórást leíró U_d és U_p optikai potenciálokhoz tartozó χ_d és χ_p relativ mozgási hullámfüggvények jók a mag belsejében, de legalábbis a felületi részben, ahol a direkt reakció zömmel végbemegy.

4./ Feltesszük, hogy a direkt folyamat maga olyan gyenge a rugalmas szóráshoz képest, hogy azt elegendő elsőrendű perturbációként tekinteni.

Számos esetben az 1./, 2./, 3./ feltételek valamelyike vagy esetleg egyike sem teljesül. Talán egyedül a 4./ feltétel az, ami mindig igaz részecske átadó reakciók esetén.



1. ábra. Rugalmatlan szórás és direkt reakció egy idealizált esetben. A nyilak a megengedett direkt átmeneteket, a hullámos vonalak a lehetséges rugalmatlan szóródásokat mutatják.

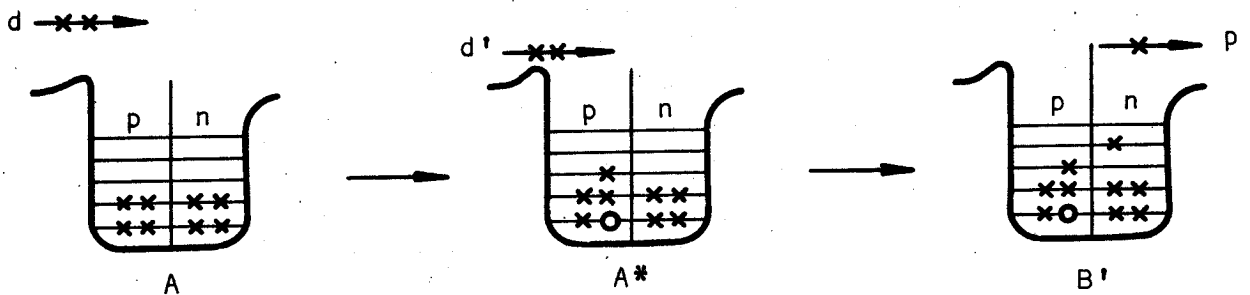
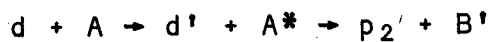
Tekintsük az 1. ábrán látható egyszerű modell esetet, ahol az 1./-2./ feltételek biztosan nem teljesülnek. Tegyük fel, hogy az A magnak összesen két állapota van, a $\psi_0(\xi_A)$ -val jelölt alapállapot és a $\psi_1(\xi_A)$ -val jelölt gerjesztett állapot. A B végmagnak pedig három, nagyon egyszerű szerkezetű állapota van,

ezek közül az alapállapot és az első gerjesztett állapot teljes mértékben A alapállapotából származik, az energiakülönbséget az adja, hogy a neutron az első esetben $\chi_0(\vec{r}_n)$ a másodikban $\chi_1(\vec{r}_n)$ egyrészecke pályára fogódott be.

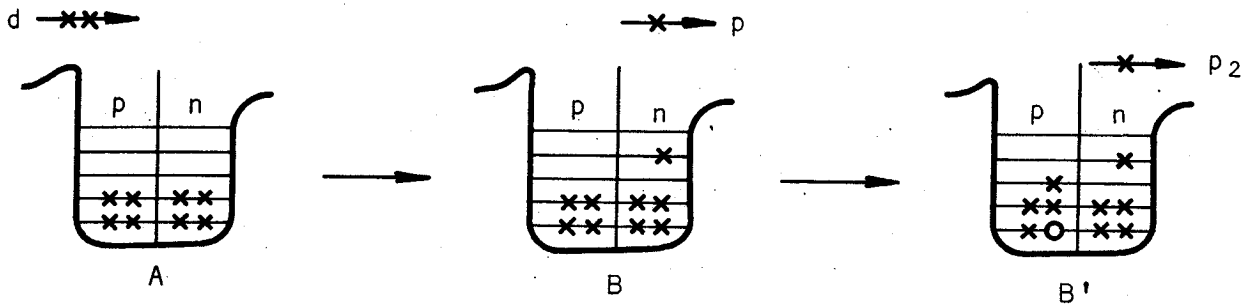
Ekkor tehát az alapállapot hullámfüggvénye $\psi_0(\xi_A)\chi_0(\vec{r}_n)$, az első gerjesztett állapoté pedig $\psi_0(\xi_A)\chi_1(\vec{r}_n)$. A második gerjesztett állapot származzon teljes egészében az A mag gerjesztett állapotából, s a befogott neutron állapota legyen $\chi_0(\vec{r}_n)$. Így ezen állapot hullámfüggvénye $\psi_1(\xi_A)\chi_0(\vec{r}_n)$ alakú lesz. Irjuk fel az (1) egyenletben szereplő mátrixelemet az A alapállapotából B második gerjesztett állapotába vezető direkt átmenetre:

$$\langle \phi_p | V_{np} | \phi_d \rangle = \langle \psi_1 \chi_0 | V_{np} | \psi_0 \phi_0 \rangle = \langle \psi_1 | \psi_0 \rangle (\chi_0 | V_{np} | \phi_0) = 0 \quad (4)$$

mivel ψ_1 és ψ_0 egymásra ortogonálisak. / ϕ_0 itt a deuteron belső hullámfüggvényét jelöli./ A kiszemelt állapotok közötti direkt átmenet tehát tiltott. Megengedettek viszont a direkt átmenetek A alapállapotából B alap- és első gerjesztett állapotába, illetve A gerjesztett állapotából B második gerjesztett állapotába /lásd a folytonos vonalakat az 1. ábrán/. B második gerjesztett állapota A alapállapotából kiindulva csak két vagy több lépésben, másszóval indirekt vagy semi-direkt módon érhető el. /Használatos a két-, három, stb. sok-lépcsős folyamat elnevezés is az ilyen folyamatokra./ Például úgy, hogy először rugalmatlanul szóródás során $\psi_1(\xi_A)$ keletkezik, majd direkt átmenet történik a kiszemelt $\psi_1\chi_0$ végállapotba:



A másik lehetőség az, amikor először direkt átmenet megy végbe a végmag alapállapotába, majd a kilépő proton rugalmatlanul szóródik a végmagon, s a szóródás után a mag a második gerjesztett állapotban marad vissza.



Itt nyilván nem tekinthetjük az A nukleonból álló törzset változatlanoknak, hanem a magtörzs gerjesztésének lehetőségét is figyelembe kell venni, vagy a direkt átmenet előtt, vagy azután.

Ha azonban a rugalmatlan szórás hatáskeresztmetszete nagy, ami rendszerint akkor valósul meg, ha az alapállapothoz közel kollektív állapotok vannak, akkor a 3./ feltétel nem fog teljesülni. Ugyanis az egycsatornás optikai potenciált mindig úgy választjuk meg, hogy az a rugalmas szórás hatáskeresztmetszetet reprodukálja, ezért az a külső tartományban helyesen írja le a részecskék relativ mozgását. A reakció leírása számára azonban a hullámfüggvényre a belső tartományban vagy legalább is a mag felületének közelében van szükség. Itt azonban a többi csatornákból való legerjesztődés miatt az egycsatornás modell használhatatlanná válik, ha a különböző csatornák közti csatolás erős.

Nyilvánvaló, hogy ilyen esetekben a DWBA nem használható, illetőleg a használatával kapott spektroszkópiai információ megbízhatatlan vagy teljesen hamis lehet. Ezen nehézség áthidalására számos szerző tett próbálkozásokat [3-9]. Ezek közös vonása, hogy rugalmatlan szóródást vesznek figyelembe a direkt folyamat lejátszódása előtt, vagy után, esetleg mindkét esetben is. A különböző leírási módok egymástól főként abban különböznek, hogy a rugalmatlan szórás leírására milyen közelítéseket alkalmaznak. Mivel ezek a leírásmódok megengedett átmenetek esetén és a rugalmatlan folyamatok elhanyagolásával a közönséges DWBA eredményét adják vissza, szokás őket általánosított torzított hullámu Born közelítésnek vagy a szokásos angol rövidítéssel GDWBA-nak nevezni. Mint említettük, itt csupán a [9]-ben javasolt módszert fogjuk felvázolni. Természetesen nem lehetünk biztosak abban, hogy ez a módszer a DWBA legcélszerűbb általánosítása, mindenesetre ez csak a legszükségesebb elhanyagolásokat teszi meg ahhoz, hogy még gyakorlatilag kivitelezhető legyen. Körülbelül egy nagyságrenddel jelent nagyobb numerikus munkát, mint a DWBA. Az azonban, hogy valami gyakorlatilag kiszámítható-e illetve, hogy széleskörben elterjed-e, vagy sem, végeredményben a rendelkezésre álló számítási lehetőségek függvénye. Ha végigtekintünk az elmúlt 20 év alatti fejlődésen a direkt reakciók területén, s ha visszaemlékezünk, hogy a nagyteljesítményű számítógépek elterjedésével

hogyan szorította ki a DWBA a PWBA-t vagyis a sikhullámu Born közelítést a kezdeti szkepticizmus ellenére, akkor nem zárhatjuk ki annak lehetőségét, hogy a jövőben ezt a módszert fogjuk olyan széleskörűen alkalmazni, mint most a DWBA-t alkalmazzuk.

A FORRAS TAG MÓDSZER (d,p) REAKCIÓ ESETÉN

Tegyük fel, hogy a rendszernek csak néhány gerjesztett állapota van, mind a $d+A$ mind a $p+B$ csatornában, lásd például a 2. ábrán látható helyzetet. A többi csatornába való átmenetek hatását nem vesszük explicit módon figyelembe, csupán az optikai potenciál képzetes részének segítségével abszorbeáljuk az oda vezető részecskéket.

Másik feltevésünk az, hogy a részecskeátadás gyenge folyamat, amit elég elsőrendben figyelembe venni, tehát az elsőrendű Born közelítést alkalmazzuk, mint ahogy a DWBA-ban tettük.

Ha ez a feltételezésünk teljesül, akkor az A targeten való rugalmatlan deuteron szóródás számításánál a reakcióról egy pillanatra elfelejtkezhetünk /s annak hatását elegendő csupán az alkalmazott optikai potenciál imaginárius részében figyelembe vennünk/.

Az A magon való rugalmatlan deuteron szórás problémájának megoldását a csatolt csatornák módszerével fogjuk végezni. A rugalmatlan szórások csatolt csatornás elmélete a közönséges optikai modell általánosításának tekinthető, hiszen az egy csatorna határesetében, tehát amikor csak a rugalmas szórást számítjuk explicit módon, az optikai modell problémát kapjuk vissza. Tekintsük át röviden, hogyan származtatható le ez a csatolt egyenletrendszer, melynek megoldása szolgáltatja a rugalmatlan szórási probléma megoldását. Példaként válasszuk azt az esetet, amire most éppen szükségünk is van, nevezetesen az A céltárgymagon való /rugalmas és rugalmatlan/ deuteron szóródást. Tekintsünk el a deuteron belső szerkezetétől, ami azt is jelenti, hogy az egymáson szóródó magok közül csak A-nak lehetnek gerjesztett állapotai. Ekkor az A+d rendszer teljes Hamilton operátora:

$$H = H_A(\xi) + T_d + V(\xi, \vec{r}_d) \quad (5)$$

ahol T_d az A és d relativ mozgásának kinetikus energia-operátora, \vec{r}_d a d tömegközéppontjának helyzetvektora A tömegközéppontjához viszonyítva, H_A az A és d belső mozgásához tartozó energia operátor, ξ pedig e belső mozgásokhoz tartozó koordinátákat foglalja magába, s végül V az A és d közötti kölcsönhatás. A kölcsönhatás mentes és egymáshoz képest mozdulatlan rendszernek általában számos stacionárius állapota lehet A különböző állapotainak megfelelően, melyek H_A sajátérték problémájából határozhatók meg:

$$H_A(\xi)\psi_{\alpha I}(\xi) = E_{\alpha I}\psi_{\alpha I}(\xi) \quad (6)$$

ahol I az A mag $E_{\alpha I}$ energiájú állapotának spinje, α pedig az állapot jellemzéséhez szükséges többi kvantumszámokat foglalja magában. Mivel a deuteron spinjétől eltekintettünk, a rendszer J teljes impulzusmomentuma a deuteron ℓ pályamomentumának és az I magspinnek a vektori eredője:

$$\vec{J} = \vec{\ell} + \vec{I} .$$

A π teljes paritás pedig a $\psi_{\alpha I}$ állapot π_{α} paritásának és a pályamozgásból eredő paritásnak szorzata:

$$\pi = (-1)^{\ell} \pi_{\alpha} .$$

Szerkesszük meg a $\phi_d^{JM\pi}(\hat{r}_d, \xi)$ csatornafüggvényt, mely meghatározott J teljes impulzusmomentummal, annak M harmadik komponensével és határozott π paritással rendelkezik, a következőképpen:

$$\phi_d^{JM\pi} = [Y_{\ell}(\hat{r}_d)\psi_{\alpha I}(\xi)]_J^M \quad (7)$$

A (7) kifejezés baloldalán fellépő d index most A állapotának jellemzőin kívül az $\ell = \ell_d$ pályamomentum kvantumszámot is magában foglalja:

$$d = \{\alpha, I, \ell_d\} .$$

\vec{r}_d azonban továbbra is a deuteron tömegközéppontjának helyzetvektora az A tömegközéppontjából mérve, az \hat{r}_d pedig az előbbi vektor szögkoordinátáit jelenti./

Írjuk fel az (5) Hamilton operátor sajátértékegyenletét:

$$(H - E)\Psi = 0 . \quad (8)$$

Allítsuk elő a Ψ sajátfüggvényt határozott J M és π -jü komponensek lineáarkombinációjaként:

$$\Psi = \sum_{\ell JM} A_d^{JM\pi} \psi_d^{JM\pi} , \quad (9)$$

ahol az A együtthatók értéke a fizikai határfeltételből határozható meg. Fejtsük sorba $\psi_d^{JM\pi}$ -t a (7) csatornafüggvények szerint:

$$\psi_d^{JM\pi} = \sum_{d''} \frac{u_{d''}^{d\pi J}(r_d)}{r_d} \phi_{d''}^{JM\pi}(\hat{r}_d, \xi). \quad (10)$$

A sorfejtési együtthatót, mely az A és d közti távolság: r_d függvénye, célszerű $u(r_d)/r_d$ alakban keresni. A d'' összegző index végigfut az összes lehetséges A állapotokon és ℓ_d parciális hullámokon, melyek eredőjeként adott J, M érték és π paritás adódhat, legyen ezek száma $N_{J\pi}$. A d index pedig azt a csatornát specifikálja, melyben bombázó részecske nyaláb is van. /Általános esetben több ilyen d csatorna lehet, ekkor (9) még egy d szerinti összegzést is tartalmaz./ A (9) hullámfüggvény (10) figyelembevételével kapott alakját a (8) energiasajátérték-egyenletbe helyettesítve, (6) figyelembevételével, olyan egyenletet kapunk, melyet ha balról a $\phi_{d'}^{JM\pi}$ csatornafüggvénnyel szorzunk, majd annak változói szerint d' kiintegrálunk, s kihasználjuk a (7) függvények ortogonalitását, a következő egyenletet kapjuk valamennyi lehetséges d' értékre:

$$\begin{aligned} [T_{d'} + V_{d'd'}^{J\pi}(r_d) - (E - E_{\alpha_{d'}, I_{d'}})] u_{d'}^{d\pi J}(r_d) = \\ = - \sum_{d'' \neq d'}^{N_{J\pi}} V_{d'd''}^{J\pi}(r_d) u_{d''}^{d\pi J}(r_d) \end{aligned} \quad (11)$$

$$d' = 1, 2, \dots, N_{J\pi}$$

ahol

$$V_{dd'}^{J\pi}(r) = \langle \phi_d^{JM\pi} | V | \phi_{d'}^{JM\pi} \rangle \quad (12)$$

és

$$T_d = \frac{\pi^2}{2\mu_d} \left(- \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\ell_d(\ell_d+1)}{r^2} \right) \quad (13)$$

Az A magon való deuteron szórás problémája ilymódon a (11) alaku, másodrendű csatolt differenciálegyenlet-rendszerek megoldására redukálódott. A probléma megoldhatósága megköveteli nemcsak azt, hogy $N_{J\pi}$ véges legyen, hanem azt is, hogy a max $\{N_{J\pi}\}$ egy, a konkrét számítógép program által megszabott korlátnál nagyobb ne legyen. Ehhez két dolgot kell korlátoznunk, elősörban az A mag gerjesztett állapotainak számát, másrészt a lehetséges J értékeket. Ez utóbbi nem jelent lényeges megkötést, mivel adott bombázó energián mindig találhatunk olyan J_{\max} értéket, hogy az ennél nagyobb J-jü komponensek figyelembevétele sem a hatáskeresztmetszetet, sem a hullámfüggvényt nem befolyásolja lényegesen. Nem ilyen szerencsés a helyzet az A mag álla-

potai számának korlátozásánál. Itt az egyetlen dolog amit tehetünk, hogy azon állapotokat vesszük explicit módon figyelembe, melyekre a rugalmatlan szóródás hatáskeresztmetszete nagy, és elhagyjuk a többi állapotot, s az ezekre való átmeneteket a potenciál képzetes részével vesszük együttesen figyelembe. Szerencsére rendszerint a rugalmatlan szórás hatáskeresztmetszete csak néhány alacsonyán fekvő kollektív gerjesztett állapotra jelentős, így a nívók számának ily módon való korlátozása rendszerint mégis indokolt.

Ha az állapotok számát N_α -val, a maximális teljes impulzusmomentum értéket J_{\max} -szal jelöljük, akkor a (11) típusu csatolt egyenletrendszer megoldásához valamennyi $0 \leq J \leq J_{\max}$ értékre, mindkét lehetséges π paritásérték mellett /feltéve, hogy az I magspin egész értékeket vesz fel/. Azt, hogy adott $J\pi$ mellett (11)-ben hány egyenlet kapcsolódik össze /vagyis azt, hogy mekkora $N_{J\pi}$ /, N_α , J_{\max} és az I_α értékek valamint a csatoló-potenciál együttesen határozzák meg. A legtöbb esetben azonban $\max(N_{J\pi}) > N_\alpha$.

A (11) csatolt egyenlet megoldásának megkereséséhez még a határfeltételeket kell tisztáznunk. A megoldástól megkivánjuk, hogy az origóban reguláris legyen, aszimptotikusan pedig a fizikai szituációból következően, csak azon csatornában tartalmazhat befutó gömbhullámu komponenszt (I_ℓ), melyekben az A mag alapállapotban van, a többi csatornában az aszimptotikus megoldás tisztán kifutó (O_ℓ) formájú, azaz:

$$u_{d'}^{d\pi J}(0) = 0 \quad (14)$$

$$u_{d'}^{d\pi J}(r_d) \xrightarrow{r_d \rightarrow \infty} \delta_{d'd} I_{\ell_d}(k_d r_d) - \sqrt{\frac{v_d}{v_{d'}}} S_{d'd}^{\pi J} O_{\ell_{d'}}(k_{d'} r_d) \quad (15)$$

ahol $S_{d'd}^{\pi J}$ a megfelelő szórás mátrixelem, v_d és $v_{d'}$ pedig a deuteron sebessége a d illetve d' csatornában. Töltött részecske szóródása esetén, így most is:

$$O_\ell(\rho) = G_\ell(\rho) + iF_\ell(\rho) \quad \text{és} \quad I_\ell(\rho) = G_\ell(\rho) - iF_\ell(\rho)$$

ahol F_ℓ és G_ℓ a reguláris illetve irreguláris Coulomb függvények.

A határfeltételek ismeretében a (11) csatolt egyenletrendszer megoldása rendszerint numerikus módszerrel történik. Válaszunk ki egy adott $J\pi d$ esetet, és tegyük fel, hogy minden (11)-ben szereplő potenciál és energia ismert. Jelöljük $E - E_{\alpha d} I_d = E_d$ -vel a d csatornabeli energiát, s az áttekinthetőség kedvéért hagyjuk el (11)-ben a $d\pi J$ indexeket:

$$(T_{d'} + V_{d'd'} - E_{d'}) u_{d'}(r_d) = - \sum_{d''=1}^{N_{J\pi}} V_{d'd''} u_{d''}(r_d) \quad (16)$$

$$d' = 1, 2, \dots, N_{J\pi}$$

A (16) csatolt homogén differenciálegyenlet-rendszer általános megoldása mindig felírható $N_{J\pi}$ lineárisan független megoldás lineárkombinációjaként:

$$u_{d'}(r) = \sum_{t=1}^{N_{J\pi}} C_t g_{d'}^{(t)}(r) \quad (17)$$

ahol $g_{d'}^{(t)}(r)$ a t -edik bázis megoldás d' -edik komponense, C_t pedig a t -edik megoldás lineárkombinációs együtthatója. Kimutatható, hogy a keresett $N_{J\pi}$ lineárisan független megoldást megkaphatjuk, úgy, ha (16)-ot az origóból kiindulva r_d -ben h lépésközzel numerikusan integráljuk, és a kezdő feltételeket a következő módon választjuk:

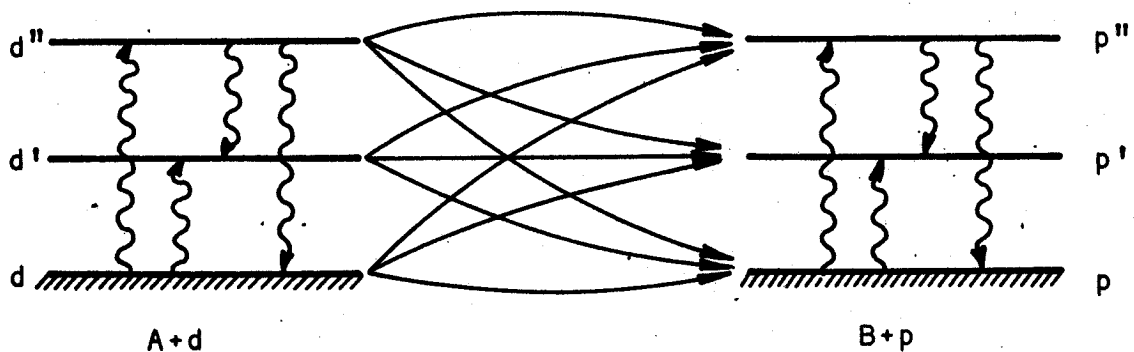
$$\left. \begin{aligned} g_i^{(t)}(0) &= 0 \\ g_i^{(t)}(h) &= \delta_{it} \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, N_{J\pi}$$

A (16) egyenlet numerikus integrálását addig az $r=R$ távolságig kell folytatnunk, míg elérünk abba a tartományba, ahol a megoldás aszimptotikus formája, (15) igaz. Itt simán csatlakoztatjuk a (17) belső megoldást a (15) aszimptotikus megoldáshoz /azaz a belső és külső megoldások egyenlőségén kívül az r szerinti első deriváltak egyenlőségét is kikötjük az R pontban/, ily módon $2N_{J\pi}$ számú /komplex/ egyenletből álló lineáris egyenletrendszert kapunk a $C_1, C_2, \dots, C_{N_{J\pi}}$ és $S_{1,d'}, S_{2,d'}, S_{N_{J\pi},d'}$ ismeretlenekre, melyekből azok egyértelműen meghatározhatók. Az így kapott együtthatókból (17) segítségével az $u_{d'}(r)$ megoldásfüggvények, az $S_{d'}^{J,d}$ szórásból pedig a szórási hatáskeresztmetszetekhez való járulékok számíthatók.

A (16) csatolt egyenletrendszer megoldásának fent ismertetett módszere tekinthető a standard módszernek, a legtöbb csatolt csatornás program ezt a módszert használja. A módszer hátránya, hogy növekvő számú összezsátolt egyenlet esetén a program memóriai igénye rohamosan nő. Ezen nehézség leküzdésére többen próbálkoztak a csatolt egyenletrendszer iterációs módszerrel való megoldásával [10-13]. Bizonyos esetekben az ilyen módszerek már néhány iteráció után kielégítő pontosságú megoldásokat szolgáltatnak, hátrányuk, hogy nehéz olyan általános kezdő megoldást találni, ami mellett az eljárás konvergenciája minden esetre biztosított. Egy másik érdekes próbálkozás az, amelyik a csatolt egyenlet megoldását hatványsor formájában keresi, s az együtthatók kiszámítására rekurziós összefüggéseket állít fel [14-15]. E módszer előnye, hogy a megoldást és annak r szerinti deriváltját analitikus formában adja, másrészt a legtöbb esetben valószínűleg gyorsabb, mint a csatolt differenciálegyenlet-rendszer numerikus kiintegrálása. Egyetlen hátránya, hogy általános esetre való megfogalmazása és számítógépre való kódolása nehezebb, mint a standard módszeré, s ez az akadálya elterjedésének.

A csatolt csatornák módszerének és a kapott csatolt egyenlet megoldási módszereinek vázlatos ismertetése után kanyarodjunk vissza az eredeti problémákhoz a (d,p) reakció tárgyalásához. Miután a bemenő oldallal a céltárgyon való deuteron szórással végeztünk, tekintsünk most egy tipikus protoncsatornát, például a p' -vel jelölt nivót a 2. ábrán. Ebbe a csatornába a protonok lényegében kétféle módon juthatnak:

- 1./ a B mag más nivóiról rugalmatlan protonszórás révén /hullámos vonalak a 2. ábra jobb oldalán/, illetve
- 2./ direkt átmenet révén (d,p) reakcióval az A mag különböző állapotaiból. /Ezeket az átmeneteket a 2. ábrán nyilak jelölik./



2. ábra. Lehetséges direkt és rugalmatlan átmenetek, ha A-nak és B-nek csak 3-3 stacionárius állapota van.

Ha direkt átmenet nem lenne, akkor a B magon való protonszórást (11) -gyel teljesen analóg csatolt egyenletrendszer írná le, így azonban egyenletünk némileg komplikáltabb lesz:

$$\begin{aligned}
 [T_{p'} + V_{p'p}^{J\pi}(r_p) - E_{p'}] w_{p'}^{d\pi J}(r_p) = & - \sum_{p''=1}^{M_{J\pi}} V_{p'p''}^{J\pi}(r_p) w_{p''}^{d\pi J}(r_p) - \\
 & - \rho_{p'}^{d\pi J}(r_p)
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$p' = 1, 2, \dots, M_{J\pi}$$

ahol $M_{J\pi}$ az adott J , M és π mellett összezatolóó egyenletek száma.

Itt a $\rho_{p'}^{d\pi J}(r_p)$ tag a (d,p) reakció következtében fellépő proton

forrást reprezentálja a p' csatornában. A bemenő oldali d' -höz hasonlóan a kimenő oldalon p' magában foglalja a csatorna jellemzéséhez szükséges valamennyi kvantumszámot, így a proton ℓ_p pályamomentumát a B-mag megfelelő nivójának I_p spinjét, és a p' nivó jellemzéséhez szükséges többi kvantumszámokat, melyet tömören β_p -vel jelölünk. $M_{J\pi}$ tehát azt mondja meg, hány különböző kimenő $\{\beta_p, I_p, \ell_p\}$ kombináció képzelhető el adott J, M és π mellett. $E_{p'}$ a p' csatornabeli proton energiát jelöli. A $V_{p'p''}$ csatoló potenciált, mely a B mag állapotai közti rugalmatlan proton átmenetekért felelős, s mely (12)-höz teljesen hasonló formájú most is ismertnek tételezzük fel, s így figyelmünket a $\rho_{p'd'}^{d\pi J}$ ún. forrástagra összpontosítjuk. Mivel a p' protoncsatornába elvileg A valamennyi nivójából történhet átmenet, a forrástag egy összeg lesz, amelyik annyi tagot tartalmaz, ahány különböző deuteron csatorna képzelhető el adott J, M és π mellett, vagyis $N_{J\pi}$. Tehát

$$\rho_p^{d\pi J}(r_p) = \sum_{d'=1}^{N_{J\pi}} \rho_{pd'}^{d\pi J}(r_p) \quad (19)$$

A (7) bemenő oldali csatornafüggvényhez hasonlóan bevezetjük a $p+B$ részecskepárhoz tartozó csatornafüggvényt:

$$\phi_{p'}^{JM\pi}(\hat{r}_p, \xi, \vec{r}_n) = [Y_{\ell_p}(\hat{r}_p) \psi_{\beta_p, I_p}(\xi, \vec{r}_n)]_J^M \quad (20)$$

ahol ψ_{β_p, I_p} a B mag p állapotának hullámfüggvénye. A d' állapotból a p' állapotba való direkt átmenetért most is a $V_{np}(\vec{r}_{np})$ kölcsönhatás felelős és az eltérés (1)-hez képest csupán a kezdő, illetve végállapotot leíró függvényekben lesz, így az átmenet következtében fellépő forrástag a következő:

$$\rho_{p'd'}^{d\pi J}(r_p) = r_p \langle \phi_{p'}^{JM\pi} | V_{np}(r_{np}) | \phi_0(r_{np}) \phi_{d'}^{JM\pi} u_{d'}^{d\pi J}(r_d) / r_d \rangle \quad (21)$$

ahol $\phi_0(r_{np})$ itt a deuteron belső mozgását leíró Hulthen függvény, és a mátrixelemben kiintegráltunk minden változó szerint kivéve az r_p távolságot. (21)-ből látható, hogy a forrástag megszerkesztéséhez ismerni kell az $u_{d'}^{d\pi J}$ függvényeket, vagyis az $A+d$ szórásprobléma megoldását. (21) kiszámítása lényegesen egyszerűsödik, ha a benne szereplő mátrixelem számítása során a DWBA-ban szokásos zero-range közelítéssel élünk, ami azt jelenti, hogy

$$V_{np}(r) \phi_0(r) = D_0 \delta(r). \quad (22)$$

Ismeretes, hogy a D_0 állandó értéke a deuteron hullámfüggvény

aszimptotikus normálásából megadható: $D_0^2 \approx 1,5 \cdot 10^4 \text{ MeV}^2 \text{ fermi}^3$. Ezenkívül el kell végeznünk a B mag $\psi_{\beta I_p}$ állapotainak sorbafejtését az A mag $\psi_{\alpha I}$ állapotának és a $\chi_{\ell_n}(r_n)$ egyrészecke neutronfüggvények szorzata szerint:

$$\psi_{\beta I_p}^{M_p}(\xi, \vec{r}_n) = \sum_{\ell_n \alpha I} \beta_{\ell_n}(I, I_p) \chi_{\ell_n}(r_n) [\psi_{\alpha I}(\xi) Y_{\ell_n}(\hat{r}_n)]_{I_p}^{M_p} \quad (23)$$

A $\beta_{\ell_n}(I, I_p)$ mennyiségek az ugynevezett származási együtthatók, melyek megmutatják, hogy a B mag β_{I_p} -vel jellemzett állapota milyen sullyal tartalmazza a A mag $\psi_{\alpha I}$ állapotából és az ℓ_n pályamomentumu neutron egyrészecke állapotból álló konfigurációt. A (22) és (23) összefüggések felhasználásával a (19) forrástag némi átalakítás után a következő formára hozható:

$$\rho_p^{d\pi J}(r_p) = D_0 \sum_{d' \ell_n \alpha I} u_{d'}^{d\pi J}(r_p) \beta_{\ell_n}(I, I_p) \chi_{\ell_n}(r_p). \quad (24)$$

$$\cdot (-1)^{\ell_n + I_p + J} \frac{\hat{I}_p \hat{\ell}_p \hat{\ell}_n \hat{\ell}_{d'}}{\sqrt{4\pi}} \left\{ \begin{matrix} \ell_p & \ell_n & \ell_{d'} \\ I_{d'} & J & I_p \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} \ell_p & \ell_n & \ell_{d'} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Itt a kerek zárójel a Wigner-féle 3-j szimbólumot a kapcsos zárójel a 6-j szimbólumot jelöli és $J \equiv \sqrt{2J+1}$.

A forrástag kiszámításához tehát ismerni kell az $u_{d'}^{d\pi J}$ függvényeken kívül a $\chi_{\ell_n}(r)$ egyrészecke neutronfüggvényeket és a β_{ℓ_n} származási együtthatókat, melyek a B mag állapotára vonatkozó magszerkezeti információt hordozzák. A DWBA analízisekben kiterjedten használt spektroszkópiai faktor ezek abszolútérték-négyzete. Nálunk azonban a β_{ℓ_n} -ek nagyságán kívül azok előjele is lényeges, mivel ez szabja meg, hogy adott nívóról jövő fluxus konstruktívan, vagy destruktívan interferál-e a többivel. Szokás a β_{ℓ_n} mennyiségeket spektroszkópiai amplitudóknak is nevezni.

Miután a forrástagot meghatároztuk, hozzáfoghatunk a (18) inhomogén másodrendű csatolt differenciálegyenlet-rendszer megoldásának megkereséséhez, előbb azonban tisztáznunk kell a határfeltételeket, melyet (18) megoldására előírunk. Az origóban reguláris, aszimptotikusan pedig csak kifutó gömbhullámu megoldást fogunk keresni valamennyi p' csatornában, hiszen a kísérleti feltételek olyanok, hogy nincs befutó bombázó protonnyaláb s végeredményben minden proton mely kirepül a (d,p) reakcióból származott függetlenül attól, hogy szóródott-e illetve hányszor szóródott a B végmagon. Így

$$w_p^{d\pi J}(0) = 0 \quad (25)$$

$$w_p^{d\pi J}(r_p) \xrightarrow{r_p \rightarrow \infty} - \sqrt{\frac{v_d}{v_p}} S_{p,d}^{\pi J} O_{\ell_p}(k_p r_p), \quad (26)$$

ahol v_d és v_p a deuteron illetve a proton sebessége abban a csatornában, ahol bombázó d nyaláb van, illetve a kiszemelt végállapotban. Az $S_{p,d}$ szórási mátrixelem most a fizikai szituációnak megfelelően nem a rugalmas vagy rugalmatlan protonszóráshoz, hanem a (d,p) reakcióhoz tartozik. Segítségével a (d,p) reakció hatáskeresztmetszete a kiszemelt végállapotra a szokásos módon számolható. (18) megoldása nagyban hasonlít (11) megoldásához, így ezzel csak igen röviden foglalkozunk. Ismeretes, hogy az inhomogén differenciálegyenlet általános megoldása mindig felírható úgy, mint a homogén egyenlet általános megoldásának és az inhomogén egyenlet egy partikuláris megoldásának lineárkombinációja.

A homogén rész általános megoldásának meghatározásával már foglalkoztunk, az inhomogén egyenletet pedig az origóból tetszőleges érintővel indulva egyszer numerikusan kiintegráljuk, s így megkapjuk az inhomogén egyenletnek egy partikuláris megoldását. Az $S_{p,d}$ szórás mátrix elemek és a w_p megoldást előállító lineárkombinációs együtthatók a (18) egyenlet numerikus integrálásával kapott belső megoldásnak az R pontban a (26) aszimptotikus megoldáshoz való sima csatlakoztatásának feltételéből határozhatók meg.

Figyeljük meg, hogy akár egyetlen végállapotra vezető hatáskeresztmetszet számításánál is a (18) egyenletek összecsatolódása miatt a w_p hullámfüggvények valamennyi komponensét meg kell határoznunk és elő kell állítanunk (18) homogén részének általános megoldását is. Ily módon a számolást úgy célszerű szervezni, hogy a B mag valamennyi M_B állapotára vonatkozóan egyszerre számoljuk ki a (d,p) reakció-hatáskeresztmetszeteket, mivel ez csak minimális többlétszámolást igényel az egy kiszemelt végállapot esetének számításához viszonyítva.

ÖSSZEFOGLALÁS

Az előzőekben példát láttunk arra, hogy vannak olyan esetek, amikor a magreakció során a részecske átadás lényegében egy lépésben megy végbe, azonban a folyamatban lényeges szerepet játszik a céltárgymag vagy a végmag gerjesztődése a bombázó részecskével illetve a kirepülő részecskével való kölcsönhatás során. Láttuk, hogy a DWBA nem képes ilyen folyamatokról számot adni. Kimutatható, hogy a forrástag módszer [9] a DWBA ilyen esetekre való sikeres általánosításának tekinthető. Az általánosítás úgy értendő, hogy DWBA képleteit kapjuk vissza, ha a csatoló potenciálokat mind a bemenő, mind a kimenő oldalon nullává tesszük, s ezáltal a rugalmatlan szórási hatásoktól eltekintünk. A forrástag módszerrel való számítás menete lényegében

három lépésre bontható:

1./ A bombázó részecskének a céltárgy magon történő rugalmatlan szóródásához tartozó hullámfüggvények meghatározása a (11) homogén csatolt differenciálegyenlet-rendszer megoldásával.

2./ A (24) egyenletekkel adott forrástagok megszerkesztése az előzőkből nyert hullámfüggvényből a befogott részecske radiális függvényeinek és a különböző átmenetekhez tartozó spektroszkópiai amplitudók felhasználásával.

3./ A kimenő részecskére vonatkozó forrástaggal inhomogéné tett (18) csatolt differenciálegyenlet-rendszer megoldása révén a reakció $S_{p,d}$ szórási mátrixának meghatározása.

A módszert (d,p) reakció esetére ismertettük, és bizonyos egyszerűsítéseket tettünk. Ezek közül a könnyű részecskék spinjének figyelembevétele csupán képleteinket tenné némileg bonyolultabbá, egyébként lényeges problémát nem okozna. A formulák lényegében hasonlóak valamennyi egynukleon-átadási reakció esetén. A zero-range közelítés elhagyása a forrástag kiszámítását tenné bonyolultabbá, a csatolt egyenletek megoldását nem érinti. Ennek ellenére erre próbálkozás mindezideig nem történt. A módszer kétnukleon átadási reakciók esetére is ki van dolgozva [16].

A DWBA-nak olyan általánosításait, melyekben a torzított hullámok helyett a csatolt csatornás módszer segítségével meghatározott relativ mozgási hullámfüggvényeket használunk, de a részecske átadást továbbra is a Born sor első tagjával írjuk le, csatolt csatornás Born közelítésnek azaz CCBA-na nevezik. A forrástag módszer is lényegében CCBA.

Röviden szólnunk kell arról, mikor ajánlatos, vagy esetleg elkerülhetetlen a CCBA vagy a GDWBA valamelyik változatának pl. az itt ismertetett módszernek a használata. Elkerülhetetlen például olyan esetekben, amelyeknél a kezdő és a végállapot közötti direkt átmenet tiltott /lásd pl. az 1. ábrán adott példát/, vagy a direkt átmenet spektroszkópiai faktora kicsiny és a kezdő vagy a végállapothoz erősen csatolódó szomszédos nivók vannak. Ha a kezdő és végállapot közti direkt átmenet erős ugyan, de a szomszédos állapotokhoz való csatolódás szintén erős, akkor egyrészecske átadási reakciókban a rugalmatlan folyamatok járuléka rendszerint 10 % alatt marad a direkt komponenshez képest. Ilyen esetekben a DWBA rendszerint jól leírja a szögeloszlás formáját, az abszolút hatáskeresztmetszetet azonban a CCBA helyesebben adja.

A nivók közti csatolás erős, így a rugalmatlan szóródási hatáskeresztmetszet nagy a deformált vagy könnyen deformálható magok esetén pl. ha az alapállapotra rotációs vagy vibrációs sáv épül. A másik körülmény az, hogy könnyű magoknál a direkt reakció hatáskeresztmetszete viszonylag nagy lehet s például az előre szórástól eltekintve kb. 60° -os szögektől kezdve rendszerint összemérhetővé válik a rugalmas szórásával. Az eddigi alkalmazások e két tényező hatását erősítik meg, ugyanis a módszert eddig főleg a ^{19}F -től ^{41}Ca -ig terjedő magokon próbálták ki néhány esetben, mikor a DWBA nem tudta a viszonyokat kielégítően magyarázni.

A viszonylag kisszámú gyakorlati alkalmazás oka a szükséges numerikus számolás mennyiségében rejlik, valamint abban,

hogy az ilyen számolás nagy központi memóriájú gépet igényel. Ezért amellet, hogy a módszer alkalmazásainak száma erőteljesen növekszik, erőfeszítések történnek részben olyan közelítések alkalmazására, melyek segítségével a probléma számításigénye lényegesen csökkenthető, másrészt, hogy a számítások a meglévő DWBA programok felhasználásával vagy azok nem tulságosan drasztikus megváltoztatásával legyenek elvégezhetőek.

IRODALOM

- [1] N. Austern, Selected topics in nuclear theory, szerk: F. Janouch /IAEA Bécs 1963/.
- [2] W. Tobocman, Theory of direct nuclear reactions, /Oxford Univ. Press, New York, 1961/.
- [3] S. K. Penny és G. R. Satchler, Nucl. Phys., 53 /1964/ 145.
- [4] P. J. Iano és N. Austern, Phys. Rev. 151 /1966/ 853.
- [5] B. Kozlowsky és A. de-Shalit, Nucl. Phys. 77 /1966/ 215.
- [6] F. S. Levin, Phys. Rev. 147 /1966/ 715.
- [7] P. K. Bindal és R. D. Koshel, Phys. Rev., C6 /1972/ 2281.
- [8] K. A. Gridnew, V. K. Lukyanov és V.M. Semenov, JINR, E4-6348, Dubna 1971.
- [9] R. J. Ascutto és N. K. Glendenning, Phys. Rev. 181 /1969/ 1396.
- [10] T. Sasakawa, Progr. Theor. Phys. /Kyoto/ Suppl. 27 /1963/ 1.
- [11] N. Austern, Phys. Rev. 188 /1969/ 1595.
- [12] F. Coester, Phys. Rev. C3 /1971/ 525.
- [13] P. J. R. Soper, Univ. of Surrey, Phys. Dept. Progress Report 1972.
- [14] J. Chen, Journ. Math. Phys. 6 /1965/ 1723.
- [15] C. Hategan, Journ. Comp. Phys. 4 /1969/ 43.
- [16] R. J. Ascutto, N. K. Glendenning, Phys. Rev. C2 /1970/ 415.